- 均等応力断面の生成プロセスによる複合曲面の強度特性検討-

金子 雄太郎¹ 照沼 捺季² 成田 秀美²

前報に続き、有限要素法・幾何学非線形解析プロセスを用いて鉄筋コンクリートシェル 構造設計のための曲面を求め、その強度特性を検討した。本研究では、凹凸面が複合する 形状を対象とし、特定の荷重条件に対して均等応力を生ずるシェル厚を求める事により、 シェル面における各部分の力学的役割について考察した。

均等応力断面の生成プロセスにおいて、シェル厚を増大させる要因は、解析過程におけ る剛性分布の変化によって曲げモーメントが増大する部位を生ずること、これによる重量 の増加が、支持点周辺の直応力を増大させることがあげられる。材料強度、曲面形状によ り、シェル厚は発散、あるいは収束することとなるが、これらの差異を求めることにより、 構造体の安全評価が可能と考えられる。

キーワード:シェル構造設計 等応力断面 変形曲面 膜応力 面外曲げモーメント

1. 序

シェル構造は、大空間を覆う建設技術として発 展してきた。第一報にては、シェル面を形成する 曲面の特徴、歴史的背景について述べるとともに、 イスラー型シェル面の生成、及び、その力学性状 について論じた。そこでは、非線形解析における 数値計算上の制約から、1方向の変位に基づく形 状のみを取り上げた。すなわち、幕面、あるいは、 網面の隅部を支点としたときに得られる変形曲面 を用いて鉄筋コンクリートシェル構造を求め、主 として、面内せん断力の影響について論じたもの であるが、非線形解析における演算プロセスの精 度を向上させることにより、多様な曲面を得るこ とが可能であることが判明したため、本報では、 凹凸の組み合わせによって得られる複合曲面を対 象として検討を加えた。既成の有限要素法解析プ

1 東京家政学院大学現代生活学部生活デザイン学科 2 東京家政学院大学家政学部住居学科 ログラム²を用い、応力解析結果に基づいて入力 データを変換する作業を繰り返すことにより、均 等応力を生ずるシェル曲面を求めるとともに、こ の均等応力曲面の生成過程を比較して、複合曲面 の強度特性を検討した。

本研究では、既成のプログラムに信頼をおいて 進める事を前提としている。

プログラムは、NASAが開発したものをベースに した汎用プログラムであり、その理論的背景の一 つとされている著書³を例示する。

また、本研究の目的の一つである「建築構造形 態創生」に関して、日本建築学会がリストアップ しているものを紹介する⁴。

2. 複合曲面の強度特性

シェル構造は、従来、傘型(umbrella type)、 屋根型(roof type)と分類され、それぞれの曲 面形状に応じて力学特性の検討、および、構造設

計が行われてきたが、支持条件、荷重条件によっ て変形解析を制御することで、連続した曲面とし て捉えることが可能である。図1に示す複合曲面 は、屋根型シェル、および、屋根型シェルの中央 部に傘型形状を組み入れ、この部分を支持構造と した例である。これらは幕面の変形形状であり、 幾何学非線形解析にて求めたものである。この形 状にて鉄筋コンクリート造シェル構造を構築する と、傘型形状におけるリングテンション部と、屋 根型形状における圧縮応力部分とが組合わさるこ とが想定される一方、曲率が縮小することで曲げ 応力が集中することが考えられる。これらの影響 を定性的に理解しうる資料を求めるため、個々の 要素毎に表面応力が均等となるシェル厚を求め、 厚さの差異によって構造部材としての役割を表現 して、強度特性を検討する。



図1 複合曲面例

3.シェル断面(シェル要素厚)の逆算過程

有限要素法を用いて曲面構造を平版要素の組合 せで構成すると、解析結果のひとつとして、要素 に生ずる直応力、および、面外曲げモーメントが 得られる。 本研究にて用いる市販パッケージプログラム (Nastran)においては、要素の断面直応力(Nx, Ny, Nxy)、面外曲げモーメント(Mx, My, Mxy) が、要素の重心位置における単位幅に関する値と して提示される。シェルの表面(裏面)応力は、 直応力による応力と面外曲げモーメントによる曲 げ応力の複合によって得られる。板厚をDとする と、シェル面単位幅に関する断面積はD、断面係 数は(D2/6)であるので、

$$\sigma_0 = \frac{N}{D}$$
, $\sigma_b = \frac{M}{\left(\frac{D^2}{\beta}\right)}$ (1)

で表される。ただし、Nは、(Nx, Ny, Nxy)より 得られる主応力値、Mは(Mx, My, Mxy)より 得られる主曲げモーメントである。表面応力の最 大値はこれらの組合せから得ることが出来る。 ここで、表面応力を制御し、均等応力と考えるべ き値をF値とすると、σ0+σb=Fとなるので、

$$\frac{N}{D} + \frac{M}{\left(\frac{D^2}{6}\right)} = F$$

$$\therefore FD^2 - ND - M = 0 \qquad (2)$$

板厚Dは(2)式の解としてで表される。

$$D = \frac{N \pm \sqrt{N^2 + 24MF}}{2F}$$
(3)

(3)式はNの正負および、表・裏面応力に対応 させるための条件が加わる。

F値は、鉄筋コンクリート板を想定し、圧縮に 対しては、コンクリート強度、引張りに対しては、 主筋の有効強度をもとに設定する。

解析過程1

シェル構造解析モデルを作成し、応力解析を行 う。解析データは、節点座標データ、要素特性デー タ、要素データ、支持条件、荷重条件、他から成 るが、個々の要素それぞれに対して要素特性を与 え、解析結果(Nmax、Mmax)を得た後、F値 を設定して各要素における板厚Dを求めれば、こ の条件における変断面シェルが得られる。主応 カ方向(Nmax角度)、主曲げ方向(Mmax角度) が一致するとは限らないが、シェル応力の特性と して、面内力の厚さ方向への偏りが、面外曲げと なる傾向があることから、板厚Dは単純にNmax とMmaxの重ね合わせにて求める。

解析過程2

解析過程1で得られた変断面シェルによる解析 モデルにて、応力解析を行う。各要素の重量、剛 性が異なった条件のもとで(N、M)が求まる。 この(Nmax、Mmax)を用い、過程1と同じF 値にて板厚Dを求める。前述のとおり、断面(シェ ル厚)の変化により、重量、剛性分布が変化して いるため、改めてこの条件における変断面シェル が得られる。

解析過程3

過程2を繰り返す事により、断面の変化が小さ くなると、解析結果も一定の値に収束する。収束 した結果として得られる曲面を、表題の「均等応 力を生ずる変断面シェル曲面」とする。

4. 均等応力構造 解析例

平板要素に生ずる応力をもとに、板厚を逆算す るプロセスを、連続した構造面に適用する。応力 値は構造形態に依存するため、結果として得られ る均等応力面は、構造形態の特徴を表示する。そ れぞれの解析例において、繰り返し解析における 板厚、自重の変動を示す他、巻末に、それぞれの 構造モデルを視覚化したものを付記する。

4-1 単純梁計算例

スパン4mの単純梁を、幅20cmの平板要素にて 構成し、均等応力断面(F値20kgf/cm²)を求めた。



図2 単純梁解析モデル

各要素は、直応力を生ずることなく、曲げモーメ ントの項のみで板厚が与えられる。図2に解析モ デル、図3に計算の繰り返しにより板厚、及び、 梁自重が変化する状況を示す。図4に、繰り返し 計算における収束状況を示す。

モデルaは初期板厚10cm、モデルbは初期

初期值:厚10cm 重量:0.192tf

123			23
1	11.97cm	0.193tf	
123			
2	12.51cm	0.198tf	
123			
3	12.74cm	0.201tf	
129			4
4	$12.85 \mathrm{cm}$	0.203tf	
123			4
5	12.90cm	0.204tf	
133			
6	12.93cm	0.204tf	
123			3
7	12.94cm	0.204tf	
122			4

図3 初厚10cmモデル、繰り返し計算結果1 (倍率5倍表示)



a 板厚収束状況 (cm)



b 梁重量収束状況 (tf)

図4 繰り返し計算結果2

板厚20cm からの変化である。ともに最大厚 12.94cm、総重量0.204tfに収束している。

4-2 アーチ構造計算例

スパン8mのアーチを幅20cmの平板要素にて 構成し、均等応力断面(F値20kgf/cm²)を求めた。 各要素はアーチ上の位置に応じて、直応力、曲げ モーメントを生じ、対応して、厚さが計算される。 曲げモーメント図の反曲点においては、直応力の みにより板厚が算出されるため、最小厚となって いる。図5に解析モデル、図6に計算の繰り返し により板厚、及び、梁自重が変化する状況を示す。 図7に、繰り返し計算における収束状況を示す。







図7 繰り返し計算結果2

4

4-3 球形ドーム構造計算例

周辺支持条件とする、球形ドーム(半径40m の球、開角60°、頂部開口直径10.5m)について 試行した。均等応力断面算定条件として、F値5 kgf/cm2、最少厚1cm、繰り返し計算の初期条件 として厚さ20cm、及び、厚さ10cmとした2例を 取り上げた。結果として、シェル部分は全て最小 厚に収束、中央部開口周辺部の収束値に差異が表 れた。繰り返し計算において、シェル厚が縮小す る事によって、重量の減少を導き、かつ、板厚の 低下によって、要素の曲げ剛性の低下をもたらし、 厚さ算定に影響する曲げモーメントが小さくなっ たためと考えられる。図8に解析モデル、図9に 計算の繰り返しにより板厚、及び、自重が変化す る状況をグラフで示す。繰り返し計算における収 東状況は巻末に記載する。



a 20cm厚モデル



b 繰り返し過程、板厚表示(要素番号)

図8 球形ドーム解析モデル





b 10cm厚モデル、要素厚 (cm) の変化



c 20cm厚モデル、要素厚(cm)の変化 図9 繰り返し計算結果

4-4 隅部点支持シェル構造計算例

隅部を支持点とする、幕の変形面によるシェル 構造である。

図10に解析モデル、図11に計算の繰り返しによ り板厚、及び、重量が変化する状況をグラフで示 す。繰り返し計算における収束状況は巻末に記載 する。

幕面(幾何学非線形によって得られる曲面)の 特徴として面内力の影響が大きく、繰り返し計算 初期において、要素厚は小さい値に収束する傾向 が見られる。その後、板厚の変化による剛性分布 の変化により、周辺部における曲げモーメントが 大きくなり、結果として板厚が増加している。総 重量は収束する傾向であるが、部分的な板厚の発 散は、均等応力断面構造として安定しないものと 考えられる。



図10 隅部点支持シェル解析モデル





11_b 要素厚 (cm) の変化

図11 繰り返し計算結果 (Ft=10 Fc=40最小厚8cm)





4-5 複合曲面シェル構造計算例

前述の隅部点支持シェル構造の中央に傘型形状 を導入して支持点を加えた例である。

図15に解析モデル、図16~17に計算の繰り返しに より板厚、及び、重量が変化する状況をグラフで 示す。繰り返し計算における収束状況は巻末に記 載する。

隅部支持点、周辺アーチにて4-4と同様の傾 向が見られるが、曲面の凹凸が複雑に入り組む中 央部は、支持重量が小さいこともあり、この部分 で板厚が発散する傾向は見られない。











90 1605 80 70 60 50 40 1681 30 20 1620 2983 1776 10 0 17_b 要素厚 (cm) の変化 図17 繰り返し計算結果 (Ft=10 Fc=20 最小厚8cm)

5. 考察

曲面の中に配置された平板要素の応力をもとに 板厚(要素厚)を定めると、新たな解析モデルに おいては、曲面の重量分布、剛性分布に差異を生 ずる。4. に示した解析例では、構造の形態によっ て、重量、剛性変動の影響が異なることが示され ている。

4-1に示した単純梁においては、安定した収 束性が見られたが、これは、変動要因が曲げモー メントのみであること、板厚の増加による重量の 増加に比べ、曲げ強度の増加はより著しい、とい うことで説明されよう。

4-2に示したアーチにおいては、曲げモーメ ントと軸力によって断面が与えられ、その結果に 従って応力分布が変化するため、単純梁に比べて 複雑な変動状況を示している。曲げモーメントに 対応して断面が増大し、その結果、重量が増加す ることによって、軸力の増加をもたらす傾向が見 られる。

4-3に示したドームにおいては、直応力(面 内応力)が支配的であり、要素厚は小さく算定さ れる。結果として曲げモーメント(面外力)の減 少をもたらし、要素厚はさらに小さくなる。ここ で示した例では、頂部開口部周辺を除き、すべて の部位において設定した最少厚に収束した。頂部 開口部周辺では、面内力が緯度線方向に集中し、 コンプレッションリングとして作動すること、繰 り返し計算の中で、自身の重量とそれによって生 ずる圧縮力が局所的につり合う状況を得たためと 思われる。

4-4および4-5に示したシェル構造におい ては、均等応力断面を導く過程において、曲げモー メントが増加する部位を生ずる傾向が見られる。 これは、剛性分布の変化に起因するものと考えら れ、結果として局所的な重量の増加によって隅部 支持点周辺における直応力を漸増させ、板厚は発 散する。

6. 結論

幾何学非線形解析により幕面の変形解析を行 い、この変形面を用いて曲面構造を形成するとと もに、自重によって生ずる応力を元に、表面応力 が一定となる板厚を誘導して、均等応力断面とな る構造体を求めた。板厚の変動による荷重条件、 および、強度・剛性の分布状況の変化は、入力デー タを入れ替えて繰り返し計算を行うことによって 目的に添った解析が可能である。結果として、曲 げ応力の大きな部位において板厚が大きくなり、 重量の増加をもたらすこと、これに対して材料強 度(設定した均等応力値)が不足する場合、さら なる板厚の増加をもたらすため、安定した構造体 が得られないことを確認した。この状況は、繰り 返し計算において、板厚値、構造体の重量総計値 が発散する形で認識されるわけであるが、逆説的 に、生成プロセスが収束する条件を求めることで、 構造体の強度特性を評価することが可能と考えら れる。

【参考文献】

- 金子雄太郎:「東京家政学院大学紀要 第52号」
 2012年8月 25-31
- 「Femap with NX Nastranユーザーズガイ ド」:(㈱エヌ・エス・ティ 10分冊 p.1-1~p.8-611
- 3 O.C.ツィエンキーヴィッキ著 吉識雅夫・山田嘉昭監訳:「マトリクス有限要素法」p.817 1984 倍風館
- 4 日本建築学会資料掲示URL news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/htm/ colloquium.htm news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/pdf/ bibliography.pdf
- (受付 2013.3.19 受理 2013.6.3)

補足資料:繰り返し計算における形状変化

4-3 球形ドーム構造計算例・補足(断面厚5倍表示)



4-4 隅部点支持シェル構造計算例・補足(断面厚5倍表示)



 Ft=10 kgf/cm²、Fc=20 kgf/cm²、最少厚=8cm、初期厚 10cm

 繰り返し過程①
 ②









Ft=20 kgf/cm²、Fc=20 kgf/cm²、最少厚=8cm、初期厚 10cm 繰り返し過程① ②





4-5 複合曲面シェル構造計算例・補足(断面厚5倍表示)



Ft=10 kgf/cm²、Fc=40 kgf/cm²、最少厚=8cm、初期厚 10cm

Ft=10 kgf/cm²、Fc=20 kgf/cm²、最少厚=8cm、初期厚 10cm 繰り返し過程① (2)











