

幾何学非線形解析によるイスラー型シェル面の生成と その強度特性に関する研究

金子 雄太郎

有限要素法・幾何学非線形解析プロセスを用いて鉄筋コンクリートシェル構造設計のための曲面を求めた。平板、あるいは、幕面は、主として、直応力、せん断力、面外曲げモーメントによって外力に抵抗し、その際、面は、これらの応力の寄与に対応して様々な形状を呈する。又、このとき得られる曲面を構造体とした場合、応力分布は、形状に関連したものとなる。本研究では、主として、面内せん断剛性を変化させて曲面を生成し、それらの形状、および、応力分布の差異を比較した。

結果として、変形解析においては、デザイン意図をもって曲面生成を制御することが可能であり、生成される曲面は、それぞれの条件に対応した特徴ある形状を通して、その力学性状を具現する。

キーワード：イスラー型シェル 変形曲面 幕応力 面内せん断力 面外曲げモーメント

1. はじめに

二重曲率を持つシェルは同じ厚さの平面構造に比べて10倍から30倍も強いことを記述することから始まる、イスラーの構造論では、力学理論ばかりでなく、工法、建築過程、内部空間のデザイン他、多くの課題が建築家とエンジニアの、シェル構造に対する創造意欲をかきたててきたことを強調している¹。

1960年以前のコンクリートシェルが主として幾何学形状を基にしていたこと、これは設計意図を容易に他者に伝達しうることが建設行為において重要であるとの考えによるものであり、古代の組石造ドームが単純な球形をなしていることとの共通点として揚げる事が出来よう。イスラーは、これにより、形状そのものに対する創造意欲の衰退とともにシェル構造は、一時、魅力を減じたことを述べているが、彼の新たなシェル構造により、その後も、多くの建設が続いた。

イスラーの業績の一つは曲面を「実験」や「力」

そのものを通して見出される形に求め、実現したこと、またそれが幾何学的に形づくられるシェル構造よりも優れていることを実証した点にある。写真1に示すディティンゲンのガソリンスタンド（スイス）は1968年に実現したものであり、往時、学生であった筆者はただわけもなく感動して写真に見入ったものであった。

尚、イスラーの記述によって1960年以前のシェル構造が否定されるものではないことは明らかである。田中は、シェル構造の歴史的背景を含め、その魅力を講じた論説を表している²。

膜のたわみ面を求め、構造曲面を形成する方法は、コンピューター、および、解析技術の発展にともなって、計算プロセスで求めることが可能となった。写真2に1997年完成の公園施設（雨宿りの為の大屋根）を示す。これは板の曲げ変形による曲面を構造形状としたシェル構造で、筆者は、この構造物における曲面形成についての工夫を報告³しているが、構造設計の技術的な背景は上記のイスラーによる「二重曲面は強い」によっている。本報告では、前報を発展させ、弾性たわ

みの誘導過程に幾何学非線形を加え、板の曲げ変形ばかりでなく、膜変形、すなわち、幕面の伸縮による変形を考慮した曲面を求め、その強度特性について検討した。すなわち、曲面を形成するプロセスにおいて、イスラーの方法をより精密にコンピューターに取り入れることを試みたものである。

諸条件のもとで幾何学非線形解析を行い、結果として、構造要素の力学特性、材料の強度特性により、変形曲面の形状に差異を生ずることを示す。また、これらの変形曲面をもとに生成されるシェル構造の力学特性について比較検討し、'イスラー型シェル'の特徴について、曲面の美的感覚と関連づけて考察する。

2. 曲面の生成における形状制御

図1に3角形平面を変形させて得た曲面を示す。

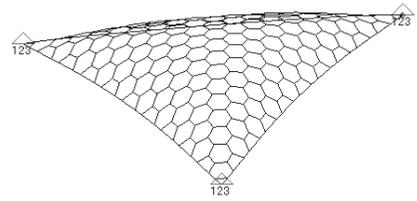
図1(a)、(b)は軸力材を結合する事によって幕面を構成したもので、面外方向の荷重に対し、形状変化にて抵抗する、所謂、変形依存型構造である。六角形の網目による(a)においては面内剛性を有さず、一方、3角形の網目による(b)においては平面形状の変形に対し、軸剛性が機能する。

図1(c)は、(b)の軸力材に曲げ剛性を付加したもので、曲面は、板の曲げ変形によって得られる形状である。

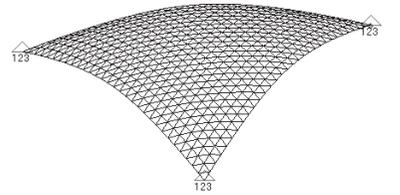
イスラーは、前掲[1]のディティンゲンのガソリンスタンド(スイス)について、幕の釣り下げ実験から得られたフリーエッジを持つ3点支持シェル、とのみ記述しているが、(a)~(c)の何れとも異なっており、釣り下げ実験においては、幕面の特性、エッジ部の剛性他に配慮して望ましい形状を求めたものと推察される。本研究では、変形によって得られる曲面形状を、面材の曲げ剛性、面内剛性にて制御するとともに、それらの曲面の力学性状の差異について検討する。

3. 正方形板の変形と曲面構造の形成

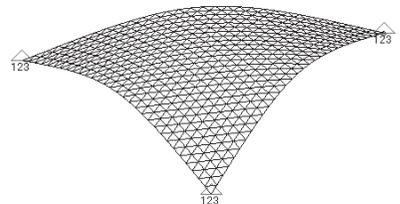
変形曲面を求めるため、線材要素による格子梁モデルを用いる。格子梁は、20m × 20mの平面



a Deformation of membrane without in-plane shear rigidity



b Deformation of membrane with 'in-plane shear' rigidity



c Bending deformation

図1 曲面の変形における曲げ剛性、せん断剛性の影響

とし、部材長を、各 1 m とする。要素の曲げ剛性を微小なものとし、安定した数値演算を実行しつつ、幕面を模する。又、曲げ剛性を付与する事により、その影響のもとで形成される曲面を求める。さらに、格子面に斜材を設けて面内剛性に差異を与え、面内せん断剛性が板の変形に及ぼす影響を比較検討する。

解析は幾何学非線形解析による。格子梁モデルの変形を求め、その時の変位を節点座標として曲面モデルを構成する。

曲面モデルは、平板要素を用い、線形解析によってその力学性状を比較検討する。

解析モデル一覧を表 1 に示す。

表 1 解析モデル

番号	格子梁断面 梁幅 (cm) × 梁成 (cm)			解析法
	格子材	周辺材	斜材	
1	1×1	1×1	—	NL
2	0.2×5	0.2×5	—	NL
3	0.2×10	1×1	—	NL
4	10×20	10×20	—	L
5	5×0.2	5×0.2	—	NL
6	0.2×5	0.2×5	0.2×5	NL

解析手法：NL= 幾何学非線形解析

L = 線形解析

6種類の格子梁モデルは、格子梁断面、および斜材の有無を変数としている。

モデル 1 は、線材要素断面を 1 cm × 1 cm とすることにより、幕のたわみを求める。

モデル 2 は、線材要素断面を 0.2 cm × 0.5 cm とすることにより、面外曲げ剛性を付与する。

モデル 3 は、モデル 2 の周辺材の曲げ剛性を小さくしたものである。

モデル 4 は、線材要素断面を 10 cm × 20 cm とし、線形解析にて、格子梁の曲げ変形を求める。

モデル 5 は、線材要素断面を 0.5 cm × 0.2 cm とすることにより、面内曲げ剛性の影響を付与しつつ、幕のたわみを求める。

モデル 6 は、モデル 3 に斜材を加えることにより面内剛性を高めたものである。

4. 曲面形状と応力の比較

図 2. 1 ~ 6 に、格子モデルと変形、変形曲面・によるシェル構造の応力を示す。各図において a は格子モデル（断面拡大表示） b は変形曲面、c、d はシェル応力を表わす。シェル応力は中央面に生ずる主応力、および、面内せん断力である。

4.1 幕面の特性

モデル 1 に見られる変形は、鉛直変位に連動して水平方向変位を生じている点に特徴が見られる。

これはせん断剛性を有さない状況において、周辺材は直行する方向に移動することによって、平衡を保つためと考えられる。結果として得られる曲面においては、支持点付近を除き、ほぼ均一の応力となり、面内せん断力も小さい。

4.2 面内剛性の影響（その 1）

変形解析において面内剛性を高めると、得られる曲面は、ガウス曲率が負となる傾向が表れ、この曲面によって形成されるシェル構造においては、面内せん断力の影響が大きくなる。この傾向はモデル 6 において顕著であるが、板の曲げ変形を求めたモデル 4 においても見られる。

4.3 面内剛性の影響（その 2）

モデル 5 は格子梁の横方向曲げ剛性を付与することによって、面内剛性を高めたものである。モデル 1 に類似した挙動を示しているが、水平方向の変位が小さくなり、シェル面では、面内せん断力を生じている。

4.4 面外曲げ剛性の影響

シェル応力の特徴を表すため、シェル面に等高線を表したが、モデル 2, 3 において、面内せん断力が等高線に沿って表れている。これらのモデルは形状作成プロセスにおいて、梁の面外曲げ剛性の影響を付与したものである。

以上、板、あるいは膜面の変形は、せん断剛性を有さない膜面に、面内せん断剛性が加わることで多様に変化する。又、板に曲げ剛性を付与した場合、膜面にて想定される懸垂曲線が板の曲げ剛

性による影響を受け、放物線が重ね合わせられることで曲面の強度特性に影響していると言える。

5. 考察

幾何学的に定義される曲面との比較において、一般的には、膜面は単純な力の流れを表現していると考えられており、審美的評価の基となっている。

膜面にせん断剛性を付与することにより、多様な変形状が得られるが、この形状による曲面構造は、もとの膜面の力学特性に関連した強度・剛性を表している。

モデル1～6に示した曲面は、必ずしも単純な形状ではないが、いずれも、力の流れを表現する構造となっており、ここに示したシェル面生成の過程は、力の流れを表現する曲面を得る方法の一つと考えられる。

6. 結論

膜面のたわみを固定することにより、膜を構成する繊維に圧縮強度を与え、構造体（シェル構造）とするイスラーの方法を数値解析にて実行した。すなわち、繊維を格子状に組み、幾何学非線形解析によって、変形を求めるとともに、変形曲面を用いたシェル構造の力学特性を検討した。

数値解析モデルにおいて、繊維間のせん断剛性、および繊維そのものに曲げ剛性を与えたところ、これらの影響で多様な曲面が得られることが確認された。膜面の変形は基本的にはガウス曲率が正の曲面となるが、面内せん断剛性を有する場合、ガウス曲率が負となる部分が表れ、構造体においてはこの部分にせん断力を生ずる。

又、繊維に曲げ剛性を付与した場合、形状的には大きな差異は認められないが、シェル構造としたときの応力において、面内せん断力の影響が表れる。

これは、曲面を構成する弧の形状が懸垂曲線に放物線が加わると考えることで、説明される。

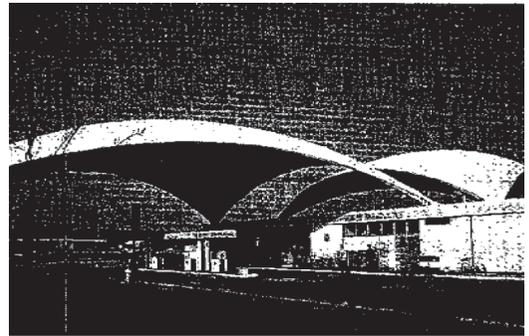
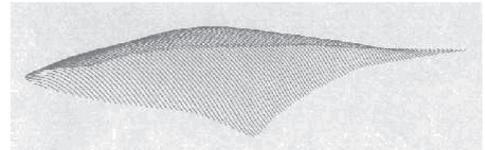


写真1 ディティンゲンのガソリンスタンド [1]



写真2 公園施設(バーベキューガーデン大屋根)



【文献】

- ① Heinz Isler, シェル構造；建築雑誌 Vol.113, No.1428 1998 Oct. 30-33
- ② 田中彌壽雄：, 鉄筋コンクリート造シェル, 建築雑誌 Vol.101, No.1246 1986 May 24-25
- ③ Yutaro KANEKO, “Stress Design and Construction of Reinforced Concrete Curved Surface Structures”, IABSE SYMPOSIUM MELBOURNE 2002 pp408-409,pap269_1-6

(受付 2012.3.19 受理 2012.5.24)

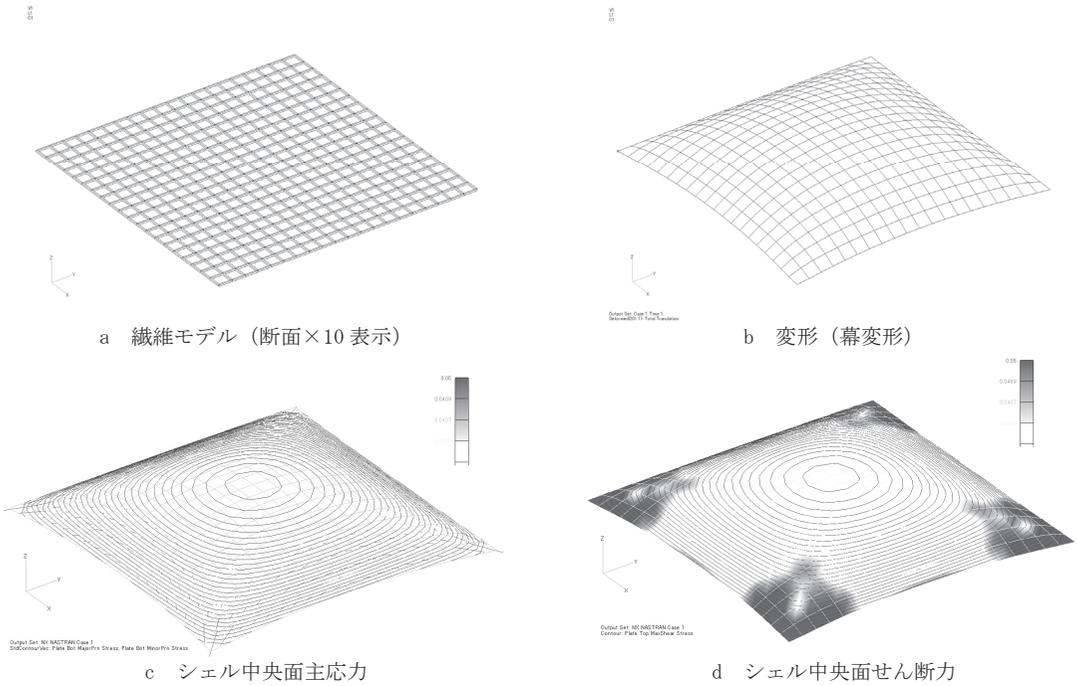


図 2. 1 モデル 1 解析結果

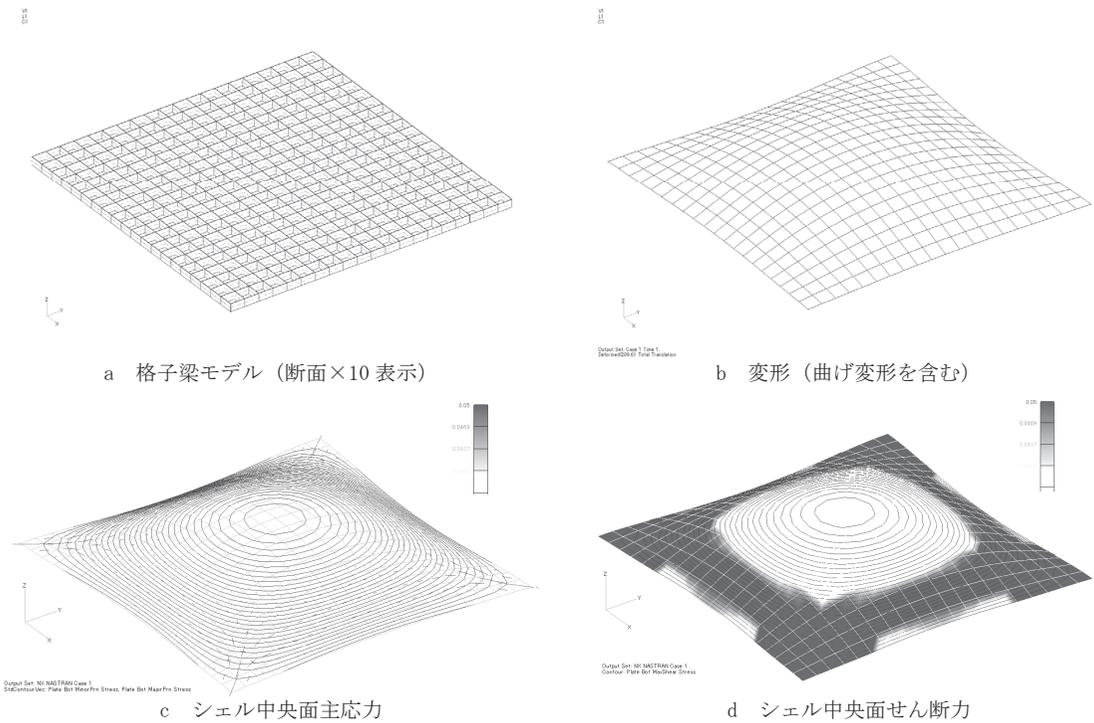


図 2. 2 モデル 2 解析結果

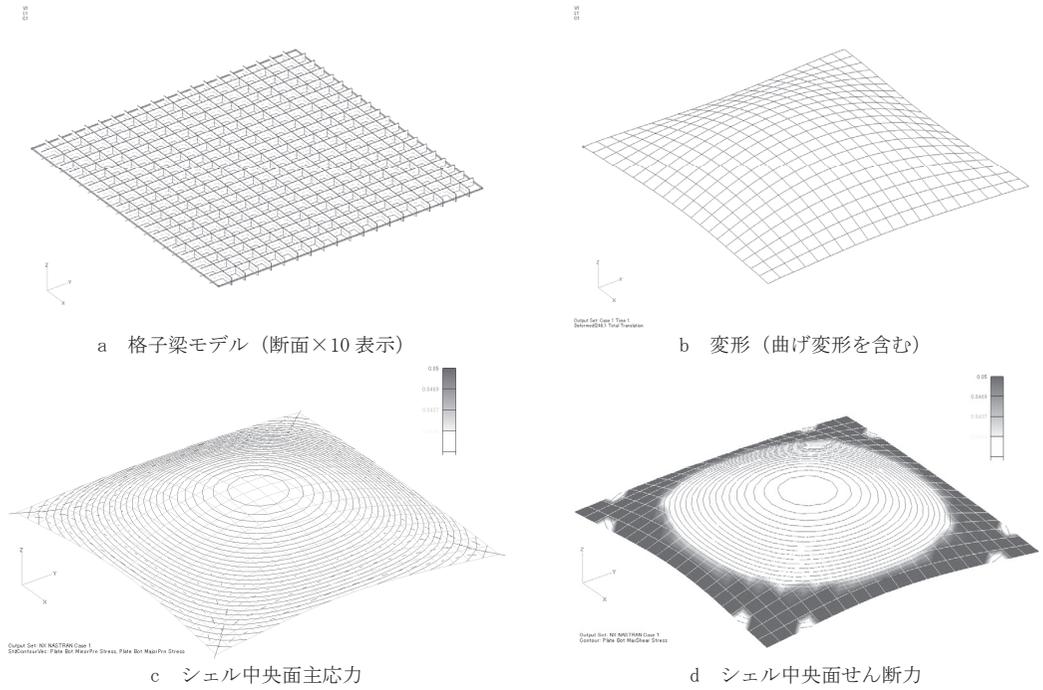


図 2.3 モデル3解析結果

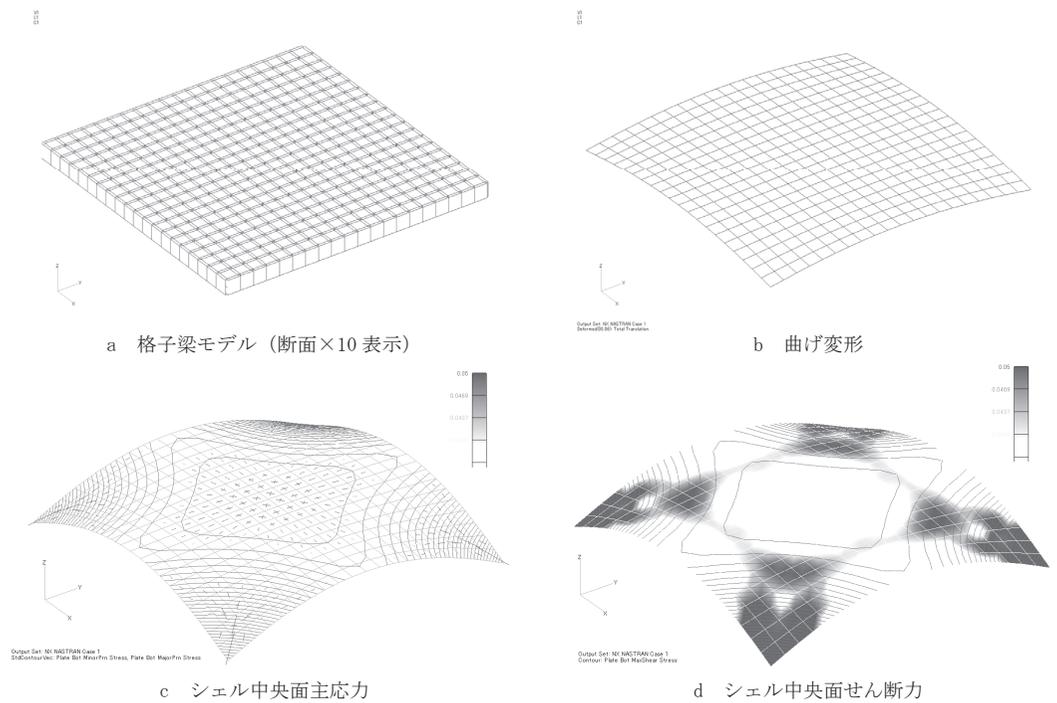


図 2.4 モデル4解析結果

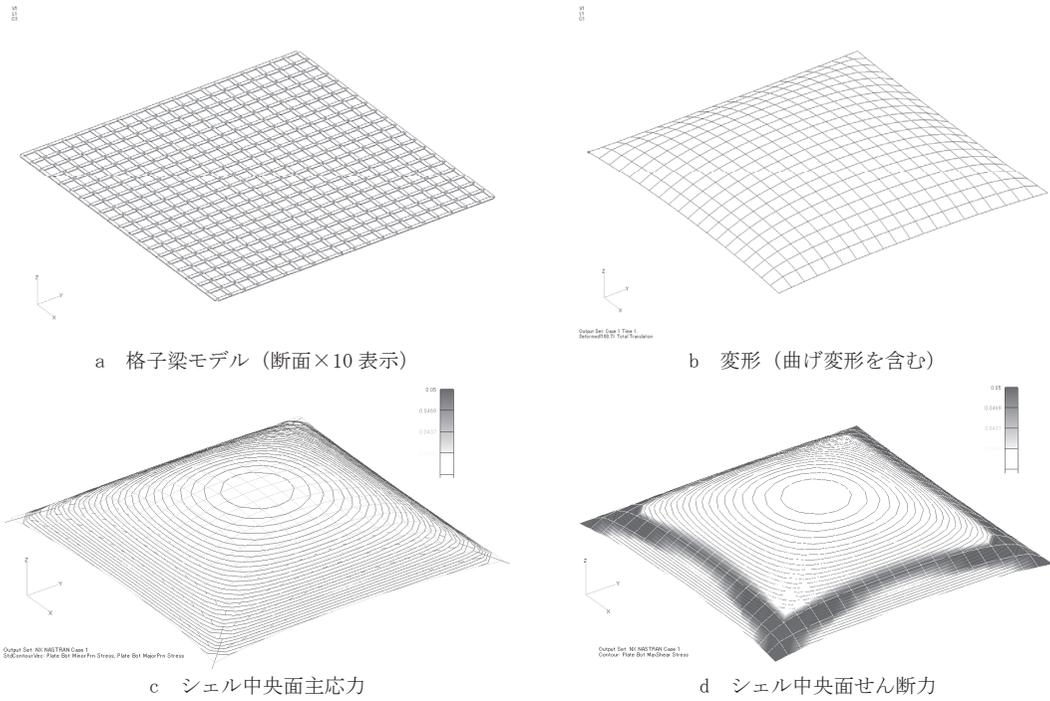


図2.5 モデル5解析結果

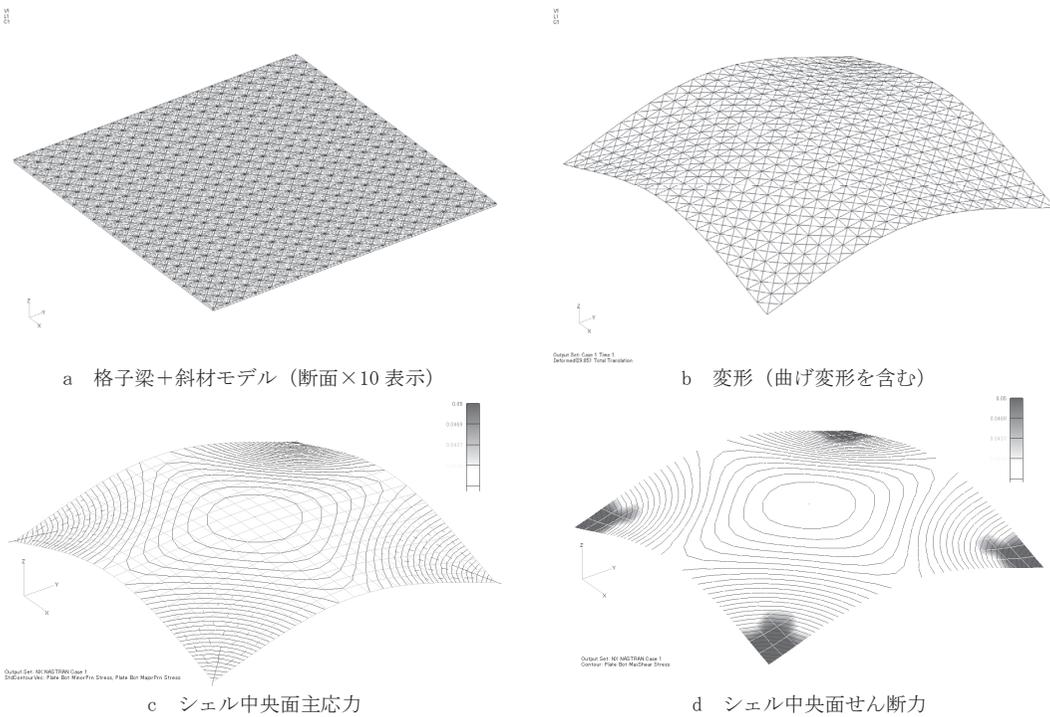


図2.6 モデル6解析結果